**Holografický princip - poznatky teorie strun a naše představy o časoprostoru**  
[Luboš Motl](http://casopis.vesmir.cz/autor/mgr-lubos-motl-phd)

Publikováno: Vesmír 77, 608, [1998/11](http://casopis.vesmir.cz/clanky/cislo/cislo/73)

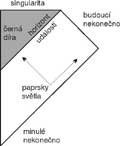
Obor: [Kvantová fyzika](http://casopis.vesmir.cz/clanky/obor/id/13/podobor/10)

*Motto: Důvod, proč se cítíte být usazeni na trojrozměrném křesle a necítíte se být namalováni na tabuli, je jen v tom, že se skládáte z mnoha partonů.*

**Věnováno památce kamaráda Mgr. Petra Čížka, absolventa MFF UK a nadějného studenta matematiky na Rutgersově univerzitě, který se 30. srpna 1998 stal obětí dopravní nehody ve státě Minnesota.**

Hologram, jak jistě víte, je sice dvojrozměrný obrázek, ale když ho osvítíme laserem, spatříme krásný trojrozměrný objekt, jakoby vystupující za rovinou obrázku. Objekt si přitom můžeme prohlížet ze všech stran. Holografii vymyslel maďarský fyzik Dennis Gábor v roce 1948, v době, kdy pracoval s elektronovými mikroskopy. Hologram se vyrábí – hrubě řečeno – tak, že paprsek laseru rozdvojíme a část jeho energie necháme odrážet od zobrazovaného předmětu (třeba medvídka), část necháme přicházet přímo (či přes zrcadlo) na fotografickou desku. Oba takové paprsky na stínítku interferují (jejich vlny se skládají) a na filmu se vytvoří struktura tenkých proužků, v nichž je uložena informace o fázi světla, ačkoliv onoho hezkého medvídka v těch proužcích asi nespatříme. Osvícením se pak rekonstruují podobné paprsky, které obraz vytvořily. Přitom stačí jen střípek hologramu, abychom mohli vidět celý obrázek, byť v horší kvalitě (v nižším rozlišení).

To ale není téma, o kterém chci psát. Chci něco říci o podobném principu v nejmodernější fyzice. Dále budu mluvit o černých dírách a podobných terčích zájmu dnešních teoretických fyziků, ačkoliv závěry mají univerzální platnost.

**Černé díry**

Černá díra je kulový objekt, který má gravitaci tak silnou, že ani světlo není dostatečně rychlé na to, aby z černé díry mohlo uniknout. Proto se nám jeví černá. Existenci černých děr si uvědomili fyzici až v šedesátých letech (a John Wheeler jim dal tento pornografický název v roce 1971), ačkoliv relevantní Schwarzschildovo řešení Einsteinových rovnic gravitace je známo už od dětských dní obecné teorie relativity, tj. od roku 1916. Je zajímavé, že Einstein sám byl dlouho přesvědčen, že jeho obecnou relativitu nelze aplikovat tak daleko, aby se toto řešení dalo interpretovat fyzikálně. Myslil si, že v reálné situaci jakási další síla, která obecnou relativitu přesahuje, zabrání zhroucení hvězdy do černé díry. V posledních letech se však hromadí experimentální doklady černých děr, ba i domněnky, že uprostřed naší vlastní galaxie sedí obří černá díra. Pokud se nám majetek nebo rodina gravitačně zhroutí do černé díry, jediné, co po nich zbude, je podíl na černé díře, která je úplně popsána jen celkovou hmotností, elektrickým nábojem a momentem hybnosti. Tomu, že tyto tři parametry jednoznačně popisují černou díru, se říká „teorém o plešatosti černé díry“ (no-hair theorem). Ano, je to tak, černá díra nemá vlasy. Jakmile se černá díra s danou hodnotou těchto veličin ustálí, vypadá vždycky úplně stejně: obyčejná plešatá černá díra.

**Termodynamika a vypařování černých děr**

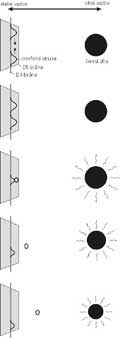
Z hlediska termodynamiky je však takový závěr absurdní, protože s růstem černé díry klesá entropie (tj. míra neuspořádanosti soustavy), což je v rozporu s druhým termodynamickým zákonem. Máme-li hodně odpadků, které jsou hodně v nepořádku, mají vysokou míru entropie. Ovšem když je naházíme do černé díry, vznikne uspořádaný objekt, který má entropii nulovou, protože (naivně viděno) existuje jen jeden stav, který černou díru přesně popisuje. Černá díra nemá podle obecné teorie relativity mikroskopickou strukturu. Tomuto paradoxu se říká paradox ztráty informace. Podobné úvahy v 70. letech vrtaly hlavou vědecké superhvězdě dnešního světa Stephenu Hawkingovi. Několika nezávislými postupy spočetl, že černá díra není úplně černá, ale že se vypařuje, ačkoliv velmi pomalu, a nalezl tak cestu k jedinému rozumnému vysvětlení zdánlivého paradoxu.

Vypařování černé díry lze vysvětlit mnoha způsoby, které jsou ve skutečnosti ekvivalentní. Všechna tato vysvětlení mají ale něco společného: využívá se v nich toho, že v našem světě existuje jak gravitace (a černé díry), tak kvantová mechanika, dva pilíře dnešního fyzikálního obrazu světa, které jsou – jak se dnes zdá – slučitelné pouze na půdě teorie superstrun. Z černé díry se může vypařit cokoliv, většinou nějaký ten foton, elektron, pozitron, mnohem méně často i televizor Panasonic.

Jedno vysvětlení spočívá v tom, že částice uvězněná v černé díře má alespoň trochu přesně určenou polohu. Aby byla uvězněna, musí být neurčitost její polohy menší než zhruba poloměr černé díry. Pak ale podle kvantové mechaniky musí mít alespoň trochu neurčitou hybnost, protože

Δ*x*. Δ*p* ≥ *ħ/2* (Planckova konstanta),

jak nás naučil Werner Heisenberg. Neurčitost hybnosti ale znamená, že částice má přece jenom tendenci vylétnout ven. Přesnější výpočet ukáže, že černá díra se vypařuje tím rychleji, čím je menší, protože Δp je pak větší, a spektrum záření se shoduje se spektrem záření černého tělesa, jehož teplota odpovídá povrchové gravitaci na horizontu černé díry (to je ta plocha, za kterou už není návratu). Velká černá díra se vypaří až za řekněme 10100 let. (Pozn. red.: Pro představu velikosti tohoto čísla – stáří vesmíru leží někde mezi 3–5×1016 sekund.)

Ekvivalentně můžeme říci, že virtuální páry elektron-pozitron, které podle kvantové teorie pole jakýmsi myšleným způsobem neustále vznikají a zanikají v prostoru, mohou u povrchu černé díry vzniknout, ale díky tomu, že jedna ze zrozených částic spadne dovnitř a druhá vyletí ven, už nikdy nemohou anihilovat. Tento zrod páru v blízkosti černé díry již pak není myšleným, nýbrž reálným efektem, tudíž z povrchu černé díry musí nějaké částice vylétat.

Spolu s Rusem Bekensteinem si Hawking už v 70. letech uvědomil, že černá díra má nejen teplotu, odpovídající povrchové gravitaci, ale že musí mít i entropii, která se rovná v Planckových jednotkách (kde je *c* = ħ = GNewton= 1) čtvrtině velikosti povrchu horizontu černé díry. Bekenstein vycházel z toho, že povrch černé díry, která vznikne spojením dvou černých děr, není nikdy menší než součet povrchu původních dvou děr, což připomíná druhý termodynamický zákon a entropii, zatímco Hawking zkoumal kvantové jevy v okolí černé díry v semiklasické aproximaci kvantové gravitace. Tím ale teoreticky vyřešili paradox ztráty informace, protože černá díra představuje také určitou entropii (nepořádek), která je rovnoměrně rozptýlena po jejím povrchu.

**Mikroskopická struktura černých děr**

Lidé se dvacet let snažili o mikroskopický popis toho, proč má černá díra entropii a další termodynamické vlastnosti, ovšem úspěchy se začaly dostavovat až r. 1995 díky nové větvi teorie superstrun – teorii Dirichletových brán, krátce D-brán. To jsou objekty libovolné dimenze, které jsou definovány tím, že na nich mohou končit struny.

Rozmach teorie D-brán je spojen se jmény Petra Hořavy [1)](http://casopis.vesmir.cz/clanek/holograficky-princip#pozn1) a Joea Polchinského. Vysvětlení entropie černých děr z teorie D-brán bylo dalším z fatálních důkazů pro názor, že teorie superstrun je jediným kandidátem na fungující kvantovou teorii obsahující gravitaci.

Černá díra se pak při malé hodnotě vazebné konstanty jeví jako soustava vibrujících jednorozměrných smyček (strun) a objektů rozmanitých dimenzí (brán), na kterých se mohou struny zachytit svými konci, přičemž ze zorného úhlu dlouhých vzdáleností se takový objekt chová stejně jako klasická černá díra. Počet mikrostavů, které vypadají jako černá díra s danou metrikou, se pak shoduje s předpovědí Hawkinga a Bekensteina. V průkopnické práci spočítal Cumrun Vafa a Andrew Strominger entropii extrémní černé díry v pětirozměrném časoprostoru. Dnes věc pokročila a bylo propočteno mnoho dalších černých děr, nejprve téměř extrémních, poté ale také Schwarzschildových.

Vypadá to tedy tak, že stupně volnosti – jakési základní částice, které tvoří svět (a také v této souvislosti nazývané „bity“ nebo „partony“) – jsou v černé díře rozptýleny po povrchu, jelikož její entropie (kterou lze interpretovat jako veličinu úměrnou počtu stupňů volnosti nebo logaritmu počtu možných konfigurací) je úměrná jejímu povrchu, jak jsme řekli. Toto chování kontrastuje s obvyklou zkušeností, kdy je entropie jako extenzivní veličina úměrná objemu. Zároveň černá díra představuje těleso, v němž je entropie soustředěna nejefektivnějším způsobem: plocha jejího horizontu je nejmenším možným povrchem oblasti, ve které se hmota s danou entropií může vyskytovat. To nás vede (stejně jako holandského fyzika Gerarda ’t Hoofta a amerického fyzika a komika Lennyho Susskinda) k domněnce, že všechny stupně volnosti, v nichž je uložena informace o všem na světě, se dají jakýmsi způsobem lokalizovat na povrch prostoru, v němž žijí!

Představme si nyní ohromně velkou (tj. velmi těžkou) černou díru. Je tak velká, že její povrch se nám jeví skoro jako rovina. Ovšem v blízkosti jejího horizontu platí úplně obyčejné zákony fyziky. Konkrétně pokud se necháme vtahovat po parabole do černé díry, ve volně padající soustavě se nám budou všechny jevy zdát stejné jako ve stavu beztíže (při malém zakřivení povrchu jsou malé i slapové síly). Tohle nás učí Einsteinův princip ekvivalence.

Pak ale lokálním měřením nemůžeme zjistit, jestli jsme už za horizontem, nebo nikoliv. Přesto si díky argumentu o úměře mezi plochou horizontu černé díry a její entropií můžeme představit, že všechny naše stupně volnosti (počet nezávislých souřadnic) jsou soustředěny na horizont. Celá situace je velmi podobná hologramu v tom smyslu, že plocha udržuje informaci o celém prostoru – a proto se onomu principu říká holografický.

Díky principu ekvivalence, jak jsme řekli, musí tento princip přírody platit pro jakýkoliv fyzikální systém, nejen pro černou díru, protože dynamika jakéhokoliv fyzikálního systému vypadá úplně stejně jako dynamika systému padajícího do ohromné černé díry. Jsme tudíž vedeni k názoru, že všechny stupně volnosti jsou naskládány na dvojrozměrnou rovinu. Volba této roviny samozřejmě může být v obecném fyzikálním systému libovolná a nesmí ovlivnit fyzikální předpovědi.

**Druhá superstrunná revoluce**

V době těchto nových objevů (od r. 1995 po dnešek) zároveň probíhala nová revoluce v teorii superstrun, odstartovaná objevem *dualit*, které ukázaly, že všechny „různé teorie superstrun“, jak se dříve říkalo, jsou jen poruchovými rozvoji jedné a téže teorie kolem různých bodů. Poeticky řečeno, fyzici v osmdesátých letech studovali zvíře ploché a tenké, pak pro změnu sloup s drsným povrchem, jindy zase zvíře připomínající velký měch visící ve vzduchu, a poté zvíře ve tvaru tenkého hada nebo provázku visícího shůry. Ale až v devadesátých letech vyšlo najevo, že existuje jen jeden slon, ze kterého lze z určitých míst vidět pouze placaté uši (teorie strun typu I), bytelné nohy (heterotická teorie E8 × E8), velké břicho (heterotická teorie SO(32)), chobot (struny typu IIA) nebo ocásek (struny typu IIB). A ještě navíc ten slon má kly (jedenáctirozměrná supergravitace), jimiž občas z legrace nabere ty teoretiky strun, kteří se dívali s despektem na supergravitaci jen proto, že neobsahuje struny. Lidé se totiž zároveň poučili, že struny jsou jen první mezi rovnými (jelikož připouštějí poruchový rozvoj), ovšem podobně důležité jsou pro onu teorii i objekty všech ostatních dimenzí, brány nebo p-brány, kde p značí dimenzi.

Konkrétně se ukázalo, že heterotická teorie SO(32) s vazebnou konstantou g je ekvivalentní teorii typu I (která má stejnou kalibrační grupu) s vazebnou konstantou 1/g; tomuto vztahu dvou teorií se říká S-dualita. (Kromě toho mohou být dvě teorie T-duální; pak je svinutí jedné na varietu o typickém rozměru R ekvivalentní svinutí druhé na varietu typického rozměru 1/R.) Podobně teorie typu IIB je S-samoduální. Toto vysvětluje chování tří superstrunných teorií z pěti při velkém g. Chování zbývajících dvou přineslo překvapení. Edward Witten (pravděpodobně nejuznávanější odborník v teorii superstrun) nejprve ukázal, že teorie typu IIA pro velké g vytváří novou, jedenáctou souřadnici, svinutou na kružnici o obvodu úměrném g2/3. Limitou pro nekonečné g je tedy teorie v jedenáctirozměrném časoprostoru. Tato magická teorie se nazývá M-teorie a její nízkoenergetickou limitou je jedenáctirozměrná supergravitace.

Nejtvrdší oříšek, totiž chování heterotické teorie E8 × E8, se dočkal vysvětlení až ve slavném článku Edwarda Wittena a našeho krajana Petra Hořavy. Autoři ukázali, že také tato teorie vytváří jedenáctou souřadnici, jejíž délka je úměrná g2/3, ovšem souřadnice nemá tvar kružnice, ale úsečky.

Heterotická teorie E8 × E8 je tedy ekvivalentní Mteorii na pásu jedenáctirozměrného časoprostoru, přičemž každý ze dvou faktorů E8 kalibrační grupy žije na jedné ze dvou hranic tohoto pásovitého světa.

**Maticová teorie**

V říjnu 1996 spatřila světlo světa M(aticová) teorie – což je realizace dlouho *m*ysteriózní a *m*agické teorie obsahující dvojrozměrné *m*embrány (proto ji E. Witten nazval M-teorie) pomocí *m*aticových*m*odelů. Doklady existence M-teorie se hromadily po dlouhou dobu, ale lidé o ní dlouho věděli jen pár věcí, například že v limitě nízkých energií přechází na jedenáctirozměrnou supergravitaci, což je nejkrásnější supersymetrické rozšíření Einsteinovy obecné teorie relativity. Příroda měla přichystáno překvapení: jedno z hlavních odůvodnění písmena „M“, totiž „maticové modely“, si lidé uvědomili až rok po zrodu názvu M-teorie. M(aticová) teorie je explicitním modelem ilustrujícím holografický princip (viz rámeček [2](http://casopis.vesmir.cz/clanek/holograficky-princip#box2) ).

To znamená, že důvod, proč se vám zdá, že jako trojrozměrní lidé sedíte na trojrozměrné židli – a nikoliv že jste nakresleni na dvojrozměrnou plochu tabule – je jen v tom, že se skládáte z velkého množství D0-brán (viz rámeček [2](http://casopis.vesmir.cz/clanek/holograficky-princip#box2) )!

M(aticová) teorie ukazuje holografický princip na mnoha místech, například v tom, že příčná velikost objektu složeného z D-brán roste tak, že celková „plocha“ (v případě M-teorie 9-rozměrná) je úměrná počtu D-brán. Také výpočty vlastností černých děr v M(aticové) teorii podporují tento pohled.

**Proč se náš svět chová právě tak a ne jinak**

V posledních letech probíhá nová revoluce v našem chápání času a prostoru. Před očima fyziků se rýsuje obraz velmi hluboké matematické struktury, která sjednocuje a zobecňuje obecnou kovarianci a lokální kalibrační invarianci známou z teorie pole. Geometrie je jen jedním z možných řešení, které tato struktura připouští, a má smysl jen na vzdálenostech větších než Planckova délka. Každý týden spatří světlo světa desítky článků přinášejících potvrzení mnoha netriviálních hypotéz o vztahu mezi teoriemi strun a různými teoriemi pole, relevantními pro M-teorii. Například v posledních měsících se těží mnoho závěrů z hypotézy Juana Maldaceny, že superkonformní teorie pole s velkým přirozeným parametrem N jsou ekvivalentní M-teorii na anti de Sitterově prostoru. Navzdory velkým úspěchům v chápání matematické struktury a dílčím úspěchům ve fenomenologii nikdo netuší, kolik dalších revolucí budou muset teoretici projít, než vysvětlí zásadní otázku, totiž proč se náš svět chová právě tak, jak se chová.

### 

### 

### 

### 

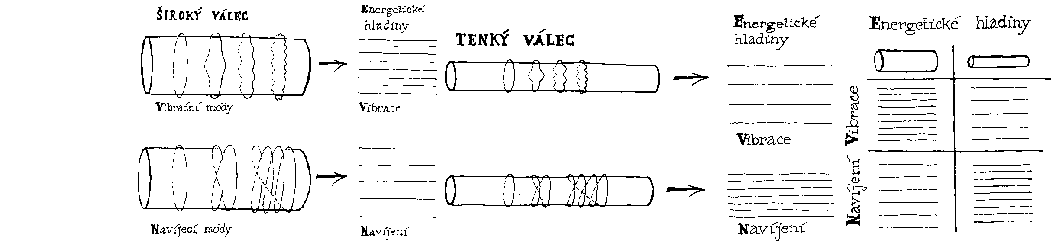
### Poznámky

[1)](http://casopis.vesmir.cz/clanek/holograficky-princip#tpozn1) Pozn. red.: Petrovi Hořavovi byla roku 1998 udělena za tyto práce cena Učené společnosti ČR

**Dualita mezi velkým a malým**

Pro M-gramotné fyziky je pojem dualita (T-dualita) samozřejmý. Co si však mají počít obyčejní pěšáci? Podívejme se, jak si s tímto pojmem poradil jiný badatel Michael J. Duff:

T-dualita spojuje fyziku velkého prostoročasu s fyzikou malého. Představte si zakřivený prostoročas jako válec. Struna ovinutá kolem tohoto válce má dva druhy energetických stavů. Jedny vznikají z vln této struny, těm budeme říkat vibrační módy. Jestliže je válec tlustý, pak tyto vibrace mají dlouhou vlnovou délku, a tudíž malou energii. Energie odpovídajíci různým počtům vln leží tedy blízko sebe (viz obr. vlevo). Struna však může být kolem válce ovinuta vícekrát (podobně jako gumička). Jestliže válec je opět tlustý, pak je struna více napjatá, a tudíž má i větší energii. Říkejme ovinutí kolem válce navíjecí módy. Energie odpovídající stavům z různým počtem ovinutí leží od sebe daleko. Podívejme se, jak se oba typy energetických hladin chovají v případě tenkého válce (obr. uprostřed). Vlnová délka vibračních módů je malá, tyto stavy tedy mají velkou energii a leží daleko od sebe. Avšak navíjecí módy naopak vyžadují menší energii a leží tedy blízko u sebe .

Pro pozorovatele však různý původ vibračních a navíjených stavů není zřejmý. Oba válce, tlustý i tenký, poskytují nakonec stejné energetické hladiny, které fyzikové interpretují jako částice (obr. vpravo). Takže nepatrná měřítka prostoročasu mohou poskytnout přesně stejnou fyziku jako velká měřítka našeho vesmíru. (Sci. Am. *278* (2), s. 58)

Náš vesmír má tři prostorové rozměry (třeba výšku, hloubku, délku) a čas tvoří rozměr čtvrtý. Když roku 1920 Theodore Kaluza a Oskar Klein navrhli, že prostoročas by mohl mít pátý rozměr, který ovšem není nekonečný jako ostatní dimenze, ale je svinutý do kruhu, většina fyziků to brala jako kuriozitu. V představách dnešních fyziků se ale objevují dodatečné dimenze běžně.

**M(aticová) teorie a holografický princip**

Pouze pro M-gramotné čtenáře

Výklad M(aticové) teorie nebo jiných aspektů teorie superstrun by si zasloužil rozsáhlý text, ale řekněme aspoň pár slov. Hamiltonián tohoto kvantově mechanického modelu je velmi jednoduchý (maximálně supersymetrická Yangova-Millsova teorie s grupou U(*N*) v 9+1 dimenzích redukovaná do 0+1 dimenzí) a popisuje *N* základních částic zvaných D0-brány. Každá D0-brána nese jednu jednotku hybnosti ve směru kolmém na plochu, do níž chceme uložit informaci. Fyzikální systém s 9 páry matic X, P rozměru *N* × *N* (a jejich 16 antikomutujícími partnery, které však pro jednoduchost zanedbejme), jejichž maticovými elementy jsou operátory

(xi)mn, (pi)mn, i = 1...9, *m*, *n* = 1*N*,

[(xi)kl, (pj)mn] = i.h. δij.δkn.δlm

na Hilbertově prostoru, tedy popisuje sektor stavů M-teorie s hybností N/R ve směru zvolené dimenze x. Tato dimenze je právě oním směrem kolmým ke zvolené rovině hologramu. Zanedbáme-li fermionové souřadnice a konstantní koeficienty, vypadá hamiltonián takto:

H = Tr {(Pi)2+(i[Xi,Xj])2}.

Termín D0-brány čti dé-nula-brány (zde -brána analogicky k membrána). Nula označuje počet prostorových dimenzí D-brány, 0-brána je tedy částice, 1-brána je struna, 2-brána je membrána atd. D-brány neboli Dirichletovy brány jsou zvláštní (ale asi nejdůležitější) třídou brán a nesou jméno podle Dirichletových okrajových podmínek pro souřadnice na koncích strun, které na D-bránách mohou končit.

Souřadnice těchto *N* D0-brán netvoří uspořádanou *N*-tici, jak jsme zvyklí, ale celou matici *N* × *N*, která odpovídá vektorovému potenciálu v Yangově-Millsově teorii s grupou U(*N*). Pokud jsou D0-brány daleko od sebe, matici lze s velkou přesností diagonalizovat (vlnová funkce je zanedbatelná v bodě odpovídajícím klasické konfiguraci silně nekomutujících matic díky potenciálnímu členu v hamiltoniánu Tr[Xi,Xj]2) a diagonální elementy nám říkají, jaké jsou klasické polohy těchto částic. Čísla mimo diagonálu ve skutečnosti nejsou přesně nulová, ale mohou kolem nuly fluktuovat a tyto fluktuace (virtuální efekty nediagonálních elementů matic, které jsou dimenzionální redukcí W-bosonů, ovšem v kontextu maticového modelu jsou nelokálními veličinami) odpovídají za všechny interakce mezi D0-bránami.

Matic souřadnic těchto D0-brán je však o jednu méně, než je prostorových souřadnic (konkrétně je jich jen devět). Přesto tato teorie popisuje dění v původním prostoru, který má deset prostorových dimenzí a jednu časovou (celkem jedenáct). Jedna D0-brána má pozici v posledním desátém prostorovém směru zcela neurčitou. Ovšem pokud máme D0brán velké množství, můžeme do jejich počtu pomocí Fourierových řad zakódovat i poslední souřadnici. Reálný časoprostor má dimenze čtyři, tedy o sedm méně než nejjednodušší maticový model M-teorie, který popisuje jedenáctirozměrný časoprostor, ale to nehraje zásadní roli v chápání podstaty teorie.

*L.M.*